

L'indice  $x$  pouvant prendre les valeurs  $a$  ou  $c$  suivant que la variable  $x$  désigne respectivement l'âme ou le corps, on notera :

$c_x$  :  $x$  est corruptible ;  $m_x$  :  $x$  est matériel ;  $d_x$  :  $x$  est mortel ;  $f_x$  :  $x$  est fini ;  $s_x$  :  $x$  est spatial (dans l'espace).

On observe une difficulté commune aux dialogues et aux propositions, la présence de « sauf si », « sauf peut-être si », dont on n'a pas étudié en cours de logique à quels connecteurs ils pouvaient correspondre. Étudions les donc dans un cas simple.

Supposons qu'un ami nous dise : « Je viendrai sauf s'il pleut » ( $p$  sauf si  $q$ ).

Dans le cas où il pleut et où cet ami ne vient pas ( $q$  vraie,  $p$  fausse), on n'est pas surpris : on considèrera donc qu'il a dit vrai.

Dans le cas où il ne pleut pas et où cet ami vient ( $q$  fausse,  $p$  vraie), on n'est pas surpris non plus : là encore, on considère qu'il a dit vrai.

Dans le cas où il ne pleut pas et où cet ami ne vient pas ( $q$  fausse,  $p$  fausse), on considèrera au contraire que cet ami a menti, et donc qu'il a dit faux.

Un seul cas semble ambigu, celui où il pleut et où l'ami vient : on peut hésiter entre considérer qu'il a menti (que ces propos contiennent l'idée que s'il pleut, il ne vient pas), ou qu'il a dit la vérité (il a dit que s'il ne pleut pas, il viendra, sans rien dire de précis sur ce qu'il fera s'il pleut). Il n'y a peut-être pas de manière de trancher dans l'absolu, mais on peut néanmoins le faire ici, par rapprochement avec : « Je viendrai sauf peut-être s'il pleut ». Dans les trois premiers cas traités, qui ne posaient pas de problème, l'analyse est inchangée. Mais dans le quatrième, l'incertitude introduite par peut-être nous permet maintenant de choisir une interprétation : l'ami dit que s'il pleut, il viendra peut-être, et peut-être pas : quoiqu'il fasse en cas de pluie (et donc notamment s'il pleut et qu'il vient), on pourra considérer qu'il a dit vrai. Ainsi «  $p$  sauf peut-être si  $q$  » est fausse dans un seul cas, qui est celui où  $p$  et  $q$  sont fausses : c'est donc la disjonction de  $p$  et de  $q$ , c'est-à-dire  $p \vee q$ . On considèrera par opposition que «  $p$  sauf si  $q$  » ne laisse planer aucune ambiguïté : s'il pleut et que l'ami vient, on est surpris, car on s'attendait qu'il ne vienne pas. On considèrera donc qu'il a dit faux. «  $p$  sauf si  $q$  » est donc vraie quand l'une des deux propositions élémentaires est vraie et l'autre fausse, tandis qu'elle est fausse quand les deux propositions élémentaires ont la même valeur de vérité : c'est donc la négation de l'équivalence de ces deux propositions élémentaires :  $\neg(p \leftrightarrow q)$ .

Nous pouvons maintenant nous attaquer à la formalisation des dialogues.

Nous allons procéder de la manière suivante : nous allons recopier les propos de chacun des deux protagonistes. À la suite de chaque phrase, nous écrirons la formule nouvelle qu'elle donne (quand elle en donne une) sur la partie droite de la feuille ; sur la partie gauche, nous écrirons ce sur quoi sont, jusque là, d'accord les interlocuteurs.

D1 :

Pluto : Le corps est corruptible, sommes-nous d'accord ?

$c_c$

Socrate : Il l'est seulement si sa matérialité implique sa mortalité.

$c_c \rightarrow (m_c \rightarrow d_c)$

Pluto : D'accord.

$c_c \rightarrow (m_c \rightarrow d_c)$

Pluto : Mais il l'est aussi seulement si sa finitude implique sa spatialité.

$c_c \rightarrow (f_c \rightarrow s_c)$

Socrate : D'accord.

$(c_c \rightarrow (m_c \rightarrow d_c))(c_c \rightarrow (f_c \rightarrow s_c))$

Et qu'en est-il de l'âme ?

Pluto : Nous pouvons en dire cela même que nous pouvons dire du corps.

$(c_a \rightarrow (m_a \rightarrow d_a))(c_a \rightarrow (f_a \rightarrow s_a))$

Socrate : Sauf si sa matérialité équivaut à sa corruptibilité.

$\neg((c_a \rightarrow (m_a \rightarrow d_a))(c_a \rightarrow (f_a \rightarrow s_a)) \leftrightarrow (m_a \leftrightarrow c_a))$

Pluto : Notre accord est total.

$(c_c \rightarrow (m_c \rightarrow d_c))(c_c \rightarrow (f_c \rightarrow s_c)) \neg((c_a \rightarrow (m_a \rightarrow d_a))(c_a \rightarrow (f_a \rightarrow s_a)) \leftrightarrow (m_a \leftrightarrow c_a))$

D2

b) Pluto : Le corps est corruptible, sommes-nous d'accord ?

$c_c$

Socrate : Il l'est si sa matérialité implique sa mortalité.

$$(m_c \rightarrow d_c) \rightarrow c_c$$

Pluto : D'accord.

$$(m_c \rightarrow d_c) \rightarrow c_c$$

Pluto : Mais il l'est aussi si sa finitude implique sa spatialité.

$$(f_c \rightarrow s_c) \rightarrow c_c$$

Socrate : D'accord.

$$((m_c \rightarrow d_c) \rightarrow c_c)((f_c \rightarrow s_c) \rightarrow c_c)$$

Et qu'en est-il de l'âme ?

Pluto : Nous pouvons en dire cela même que nous pouvons dire du corps.

$$((m_a \rightarrow d_a) \rightarrow c_a)((f_a \rightarrow s_a) \rightarrow c_a)$$

Socrate : Sauf peut-être si sa matérialité équivaut à sa corruptibilité.

$$((m_a \rightarrow d_a) \rightarrow c_a)((f_a \rightarrow s_a) \rightarrow c_a) \vee (m_a \leftrightarrow c_a)$$

Pluto : Notre accord est total.

$$((m_c \rightarrow d_c) \rightarrow c_c)((f_c \rightarrow s_c) \rightarrow c_c) ((m_a \rightarrow d_a) \rightarrow c_a)((f_a \rightarrow s_a) \rightarrow c_a) \vee (m_a \leftrightarrow c_a)$$

D3

Pluto : Le corps est corruptible, sommes-nous d'accord ?

$c_c$

Socrate : Non.

Pluto : Tu as raison. Mais il l'est si sa matérialité implique sa mortalité.

$$(m_c \rightarrow d_c) \rightarrow c_c$$

Socrate : Cela ne suffit pas.

Pluto : Tu as raison. Il l'est si à la fois sa matérialité implique sa mortalité et sa finitude implique sa spatialité.

$$(m_c \rightarrow d_c)(f_c \rightarrow s_c) \rightarrow c_c$$

Socrate : D'accord.

$$(m_c \rightarrow d_c)(f_c \rightarrow s_c) \rightarrow c_c$$

Socrate : Et qu'en est-il de l'âme ?

Pluto : Nous pouvons en dire cela même que nous venons de dire du corps.

$$(m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a) \rightarrow c_a$$

Socrate : Sauf si sa matérialité équivaut à sa corruptibilité.

$$\neg((m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a) \rightarrow c_a \leftrightarrow (m_a \leftrightarrow c_a))$$

Pluto : Notre accord est total.

$$((m_c \rightarrow d_c)(f_c \rightarrow s_c) \rightarrow c_c) \neg((m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a) \rightarrow c_a \leftrightarrow (m_a \leftrightarrow c_a))$$

On en vient maintenant à la formalisation des propositions :

« Comme dans le cas » (ou « comme pour », entre lesquels on ne voit guère quelle différence faire) ont fondamentalement le sens d'une conjonction : si je dis à un étudiant : « Comme ton voisin, tu as une excellente note », il considérera vraisemblablement que je me suis moqué de l'un d'eux (ou des deux) et donc que j'ai menti si l'une au moins des notes est mauvaise. Cette expression s'interprétera donc : « Tu as une excellente note, et ton voisin a une excellente note ». (Les « dans le cas », « pour » qui figurent dans les propositions et pas dans l'exemple répondent à une exigence grammaticale : dans l'exemple, il y a deux propositions qui ne changent que par leur sujet : « ton voisin » se substitue à « tu » ; dans les propositions A et B, le terme sur lequel se fait la substitution n'est pas sujet, mais complément du nom « corruptibilité ».)

Reste un problème : conjonction de quoi et quoi ? Dans l'exemple, la réponse est simple, puisque comme ton voisin » est suivi d'une seule proposition simple. Dans A, il est suivi d'une proposition composée : il n'y a pas de raison d'arrêter l'expression sur laquelle porte « comme dans le cas du corps » avant « finitude » : si on s'arrête à « la corruptibilité de l'âme », on n'a pas encore une proposition ; à « implique », une proposition grammaticale incomplète (« implique » ? Mais implique quoi ?) ; si on s'arrête à « matérialité » : comme on a un « d'une part », il manque un « d'autre part ». « Finitude » est suivi d'un point-virgule, qui est un signe de ponctuation fort, dont on doit considérer qu'il marque un arrêt : l'arrêt précisément de la proposition sur laquelle porte « comme dans le cas du corps ».

Dans B, « comme pour le corps » est en tête d'une conjonction de subordonnées conjonctives : il va donc porter sur cette conjonction. On aurait tout aussi bien pu écrire : « la corruptibilité éventuelle de l'âme implique : comme pour le corps, d'une part sa mortalité est une condition nécessaire de sa matérialité et d'autre part sa spatialité est une condition nécessaire de sa finitude ; sauf si sa matérialité équivaut à sa corruptibilité ». Comme précédemment, et pour les mêmes raisons, on va considérer que la portée de « comme pour le corps » s'arrête à « finitude ». On peut s'interroger : ce « comme pour le corps » se trouvant après « implique que », ce qui est dit pour le corps est-il aussi une conséquence de la corruptibilité éventuelle de l'âme ? Il semble que l'on puisse répondre négativement à cette question : d'une part, parce qu'on ne voit pas pourquoi une propriété du corps dépendrait d'une propriété de l'âme ; d'autre part, parce que les virgules autour de « comme pour le corps » en font une incise, et semblent ainsi le rendre indépendant de « implique que ».

L'adjectif « éventuel » n'apporte rien au regard de ce qui a été indiqué en cours, à savoir que « implique » se traduit par un « si ... alors ». Il aurait sinon été utile, car il n'est pas évident que dans le langage courant, « implique » se traduise vraiment toujours par « si... alors » : pour reprendre toujours le même exemple, supposons que je dise à un étudiant, avant d'avoir rendu des copies : « Ton excellente note implique celle de ton voisin ». Comprendra-t-il que je lui dis seulement : « Si tu as une excellente note, alors ton voisin a une excellente note », ou comprendra-t-il plutôt que je lui dis : « Tu as une excellente note, et si tu as une excellente note, ton voisin a une excellente note ; donc ton voisin a une excellente note », ou, plus brièvement : « Tu as une excellente note, et (donc) ton voisin a une excellente note ». « Implique » se traduirait ainsi par une conjonction. La présence de « éventuelle » écarte cette possibilité, puisqu'ainsi on ne peut plus comprendre qu'est affirmée l'excellente note (dans l'exemple ; la corruptibilité de l'âme dans les propositions à étudier) mais seulement son éventualité, son caractère hypothétique, qui en fait bien l'antécédent d'un « si... alors ».

Ajoutons que le « si... alors » par lequel va se traduire ce « implique » sera suivi d'une conjonction, puisque « implique que » est suivi des marqueurs du premier terme et du second terme d'une conjonction « d'une part... d'autre part ». Ceci n'est d'ailleurs pas très important, puisqu'on a aussi remarqué en cours que  $p \rightarrow qr$  avait la même table de vérité que  $(p \rightarrow q)(p \rightarrow r)$  : on pourrait donc dans ce cas, et dans ce cas seulement, remplacer l'implication dont le second terme est une conjonction par une conjonction d'implications ayant le même premier terme sans se voir reprocher une erreur.

Après toutes ces remarques, on peut enfin donner la formalisation de A et celle de B :

$$A : (c_c \rightarrow (d_c \rightarrow m_c)(s_c \rightarrow f_c))((c_a \rightarrow (d_a \rightarrow m_a)(s_a \rightarrow f_a)) \vee (m_a \leftrightarrow c_a))$$

$$B : (m_c \rightarrow d_c)(f_c \rightarrow s_c) \neg (c_a \rightarrow (m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a) \leftrightarrow (m_a \leftrightarrow c_a))$$

Rappelons également, avant de répondre aux diverses questions, les formalisations auxquelles nous sommes parvenus pour les dialogues :

$$D1 : (c_c \rightarrow (m_c \rightarrow d_c))(c_c \rightarrow (f_c \rightarrow s_c)) \neg ((c_a \rightarrow (m_a \rightarrow d_a))(c_a \rightarrow (f_a \rightarrow s_a)) \leftrightarrow (m_a \leftrightarrow c_a))$$

$$D2 : ((m_c \rightarrow d_c) \rightarrow c_c)((f_c \rightarrow s_c) \rightarrow c_c) ((m_a \rightarrow d_a) \rightarrow c_a)((f_a \rightarrow s_a) \rightarrow c_a) \vee (m_a \leftrightarrow c_a)$$

$$D3 : ((m_c \rightarrow d_c)(f_c \rightarrow s_c) \rightarrow c_c) \neg ((m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a) \rightarrow c_a \leftrightarrow (m_a \leftrightarrow c_a))$$

Il n'y a aucune correspondance manifeste entre les dialogues et les propositions : en raison de la structure disjonctive de sa deuxième partie, D2 pourrait correspondre à A, mais l'un des termes de la disjonction est différent ; B pourrait correspondre à D1 ou à D3, mais sa première partie est différente de chacune des leurs.

On pourra approfondir la comparaison entre les propositions et les dialogues en regardant leurs valeurs de vérité dans un certain nombre de cas.

Prenons pour commencer le cas très simple où toutes les propositions élémentaires sont vraies.

Dans ce cas, on voit immédiatement que A et D2 sont vraies, alors que B, D1 et D3 sont fausses.

Comparons maintenant les diverses formules (donc ce qu'elles traduisent, propositions ou dialogues) deux à deux :

A et D1 : on a déjà un cas (celui où toutes les propositions élémentaires sont vraies) dans lequel A est vraie et D1 fausse, donc un cas où leurs valeurs de vérité sont différentes. Cherchons donc un cas où leurs valeurs de vérité sont les mêmes. Le plus simple est de les rendre toutes deux fausses (puisque toutes deux se présentent comme des conjonctions, et qu'il suffit qu'un terme d'une conjonction soit faux pour que cette conjonction soit elle-même fausse). Si toutes les propositions élémentaires concernant l'âme sont vraies, D1 sera fausse. Il suffit alors de rendre A fausse elle aussi, en faisant en sorte que  $c_c \rightarrow (d_c \rightarrow m_c)(s_c \rightarrow f_c)$  soit fausse : c'est une implication, il suffit pour que cela que son premier terme  $c_c$  soit vrai, et que son deuxième terme soit faux, ce que l'on obtiendra par exemple en prenant :  $d_c$  : vraie ;  $m_c$  : fausse. Ainsi, quand toutes les propositions élémentaires concernant l'âme sont vraies, que  $c_c$  et  $d_c$  sont vraies mais que  $m_c$  est fausse, A et D1 ont la même valeur de vérité.

Ainsi, A et D1 ne sont ni la négation l'une de l'autre (on a un cas dans lequel elles ont la même valeur de vérité), ni identiques (correspondant au même état du monde) (on a un cas dans lequel elles ont des valeurs de vérité différentes).

(On pourrait répéter cette phrase après chaque comparaison de deux formules, pour autant que l'on soit bien arrivé à trouver ces deux cas : pour abrégé, on ne le fera pas.)

A et D2 : on a déjà un cas (celui où toutes les propositions élémentaires sont vraies) dans lequel A et D2 sont vraies, donc un cas dans lequel elles ont les mêmes valeurs de vérité. Cherchons donc un cas dans lequel elles ont des valeurs de vérité différentes, c'est-à-dire où l'une est vraie et l'autre fausse. Supposons que toutes les propositions élémentaires concernant l'âme sont vraies : dans ce cas, la partie qui concerne l'âme, dans A comme dans D2, est vraie. On peut rendre vraie de manière extrêmement simple la partie qui concerne le corps dans A, il suffit de prendre  $c_c$  fausse. Comme  $c_c$  est la première partie d'une implication, cette implication va être vraie, et A sera vraie, comme conjonction de deux propositions vraies. Dans D2,  $c_c$  est en deuxième partie d'une implication (et même de deux, mais cela importe peu). Il suffit de rendre fausse cette implication (l'une des deux) pour que D2 soit fausse : on prendra par exemple  $m_c$  fausse ;  $m_c \rightarrow d_c$  est alors vraie, et donc  $(m_c \rightarrow d_c) \rightarrow c_c$  est fausse, et D2 est fausse. Ainsi, quand toutes les propositions élémentaires concernant l'âme sont vraies et que  $c_c$  et  $m_c$  sont fausses, A est vraie et D2 est fausse : elles ont donc des valeurs de vérité différentes.

A et D3 : Dans le cas où toutes les propositions élémentaires sont vraies, A et D3 ont des valeurs de vérité différentes. Cherchons un cas où elles ont la même valeur de vérité. Le plus simple sera de les rendre toutes deux fausses : quand toutes les propositions élémentaires concernant l'âme sont vraies, D3 est fausse. Essayons de rendre A fausse par un choix approprié des valeurs de vérité des propositions élémentaires concernant le corps : la partie de A qui concerne le corps est une implication : elle sera fausse dès que son premier terme,  $c_c$ , est vrai et son deuxième terme faux. Ce deuxième terme étant une conjonction, il sera faux dès que l'un des termes de la conjonction sera faux, par exemple  $d_c \rightarrow m_c$  fausse, que l'on obtient avec  $d_c$  vraie et  $m_c$  fausse. Ainsi, quand toutes les propositions élémentaires concernant l'âme sont vraies, que  $c_c$  et  $d_c$  sont vraies  $m_c$  fausse, A et D3 sont toutes deux fausses, et ont donc la même valeur de vérité.

A et B : Quand toutes les propositions élémentaires sont vraies, A est vraie et B fausse, elles ont donc des valeurs de vérité différentes. Cherchons un cas où elles ont la même valeur de vérité. Si l'on prend vraies toutes les propositions élémentaires concernant l'âme, B est fausse. Voyons donc comment rendre A fausse. Il suffit de rendre fausse la partie de A concernant le corps ; or on a déjà vu, lorsqu'on a comparé A et D1, qu'il suffisait pour cela que  $c_c$  et  $d_c$  soient vraies et que  $m_c$  soit fausse. On a donc bien un cas dans lequel A et B ont la même valeur de vérité, quand toutes les propositions élémentaires concernant l'âme sont vraies, que  $c_c$  et  $d_c$  sont vraies mais que  $m_c$  est fausse.

B et D1 : Quand toutes les propositions concernant l'âme sont vraies, B et D1 sont fausses, et ont donc la même valeur de vérité. Cherchons un cas dans lequel leurs valeurs de vérité sont différentes. Il faut donc que la partie qui concerne l'âme soit vraie dans au moins une des deux, et, en fait, dans les deux, puisqu'on remarque que cette partie qui concerne l'âme est identique dans B et dans D1 (compte tenu de la remarque faite précédemment selon laquelle  $p \rightarrow qr$  a la même table de vérité que  $(p \rightarrow q)(p \rightarrow r)$ ). Prenons  $c_a$  vraie et  $m_a$  fausse. Alors  $m_a \leftrightarrow c_a$  est fausse,  $c_a \rightarrow (m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a)$  va avoir la valeur de vérité de  $f_a \rightarrow s_a$ , donc  $c_a \rightarrow (m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a) \leftrightarrow (m_a \leftrightarrow c_a)$  la valeur de vérité de  $\neg(f_a \rightarrow s_a)$ , et  $\neg(c_a \rightarrow (m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a) \leftrightarrow (m_a \leftrightarrow c_a))$  celle de  $f_a \rightarrow s_a$ , et sera donc vraie dès que  $f_a$  sera fausse. C'est la partie concernant le corps qui va permettre de faire la différence : prenons  $c_c$  fausse : cette partie sera vraie dans D1 (conjonction de deux implications vraies, puisque chacune a son premier terme faux) ; prenons  $m_c$  vraie et  $d_c$  fausse : cette partie sera fausse dans B (conjonction de deux implications, dont l'une est fausse). On a donc bien trouvé un cas dans lequel B est fausse et D1 vraie, et où donc leurs valeurs de vérité sont différentes : quand  $c_a$  et  $m_c$  sont vraies, et  $m_a, f_a, c_c$  et  $d_c$  fausses.

B et D2 : On a déjà un cas dans lequel B et D2 ont des valeurs de vérité différentes, celui où toutes les propositions élémentaires sont vraies, puisqu'alors B est fausse et D2 vraie. Cherchons donc un cas dans lequel elles ont la même valeur de vérité. Le plus simple est de les rendre toutes deux fausses, puisqu'on a B fausse dès que toutes les propositions élémentaires concernant l'âme sont vraies. On va rendre D2 fausse par un choix astucieux des propositions élémentaires concernant le corps. La partie concernant le corps est dans D2 la conjonction de deux implications, il suffira de rendre l'une des deux fausses pour que cette conjonction soit fausse. Rendons par exemple la première fausse. Il suffit pour cela que son premier terme soit vrai, ce que l'on obtient en prenant  $m_c$  fausse, et son second terme faux, soit  $c_c$  fausse. On a donc un cas où B et D2 ont la même valeur de vérité, étant toutes deux fausses, quand toutes les propositions élémentaires concernant l'âme sont vraies, et que  $m_c$  et  $c_c$  sont fausses.

B et D3 : Quand toutes les propositions élémentaires sont vraies, B et D3 sont fausses toutes deux et ont donc la même valeur de vérité. Cherchons un cas dans lequel elles ont des valeurs de vérité différentes. Il faut que ce qui concerne l'âme soit vraie dans au moins l'une des deux. Prenons  $c_a$  fausse et  $m_a$  vraie. Dans B, la partie qui concerne l'âme va alors être vraie, comme négation d'une équivalence dont un terme (le premier) est vrai (implication dont le premier terme est faux) et dont le second est faux (équivalence d'un terme vrai et d'un terme faux). Étudions la partie qui concerne l'âme dans D3 :  $(m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a)$  va avoir la valeur de vérité de  $d_a(f_a \rightarrow s_a)$  ; donc  $(m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a) \rightarrow c_a$  va avoir la valeur de vérité de  $\neg(d_a(f_a \rightarrow s_a))$  (implication dont le second terme est faux), donc  $(m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a) \rightarrow c_a \leftrightarrow (m_a \leftrightarrow c_a)$  va avoir la valeur de vérité de  $d_a(f_a \rightarrow s_a)$  (équivalence dont le second terme est faux), et donc  $\neg((m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a) \rightarrow c_a \leftrightarrow (m_a \leftrightarrow c_a))$  va avoir la valeur de vérité de  $\neg(d_a(f_a \rightarrow s_a))$ . Il suffit de prendre  $d_a$  vraie et  $f_a$  fausse pour que ce terme soit faux. Si en outre toutes les propositions élémentaires concernant le corps sont vraies, la partie concernant le corps va être vraie dans B comme dans D3. Ainsi, en prenant toutes les propositions élémentaires concernant le corps comme vraies, en prenant  $c_a$  et  $f_a$  fausses et  $m_a$  et  $d_a$  vraie, on rend B vraie et D3 fausse, et on leur donne donc des valeurs de vérité différentes.

D1 et D2 : Quand toutes les propositions élémentaires sont vraies, D1 est fausse et D2 vraie, elles ont donc alors des valeurs de vérité différentes. Cherchons un cas où elles ont la même valeur de vérité. Si toutes les propositions élémentaires concernant l'âme sont vraies, D1 est fausse. Il suffit de faire en sorte qu'alors D2 soit fausse aussi, ce que l'on obtient par un choix astucieux des valeurs de vérité des propositions élémentaires concernant le corps. Dans D2 en effet, la partie concernant le corps est la conjonction de deux implications. Il suffit que l'une de ces implications soit fausse pour que D2 soit fausse. On rend par exemple la première fausse en prenant  $m_c$  et  $c_c$  fausses. Ainsi, en prenant toutes les propositions élémentaires concernant l'âme vraies, en prenant  $m_c$  et  $c_c$  fausses, on arrive à rendre D1 et D2 fausses toutes deux : on a ainsi un cas dans lequel elles ont la même valeur de vérité.

D1 et D3 : Quand toutes les propositions élémentaires sont vraies, D1 et D3 sont toutes deux fausses, elles ont donc la même valeur de vérité. Cherchons un cas dans lequel elles ont des valeurs de vérité différentes. Il faut alors que ce qui concerne l'âme soit vrai pour au moins l'une d'entre elles. En prenant  $m_a$  vraie et  $c_a$  fausse, on voit que justement, dans D1, la partie qui concerne l'âme va être vraie. Dans D3, on a déjà fait l'étude, lors de la comparaison de B et de D3, et on a vu qu'alors la partie concernant l'âme prenait la valeur de vérité de  $\neg(d_a(f_a \rightarrow s_a))$ , que l'on rendait fausse en prenant  $d_a$  vraie et  $f_a$  fausse. Si de plus toutes les propositions élémentaires concernant le corps sont vraies, la partie qui concerne le corps sera vraie dans D1 comme dans D3. On arrive donc à rendre D1 vraie et D3 fausse, c'est-à-dire à leur donner des valeurs de vérité différentes, en prenant pour vraies toutes les propositions élémentaires qui concernent le corps, et en prenant de plus  $m_a$  et  $d_a$  vraies,  $c_a$  et  $f_a$  fausses.

D2 et D3 : Quand toutes les propositions élémentaires sont vraies, D2 est vraie et D3 est fausse : elles ont donc alors des valeurs de vérité différentes. Cherchons un cas dans lequel elles ont la même valeur de vérité. Prenons vraies toutes les propositions élémentaires qui concernent l'âme : D3 est alors fausse. Il va suffire de rendre D2 fausse par un choix astucieux des valeurs de vérité des propositions élémentaires concernant le corps, par exemple en prenant  $m_c$  fausse et  $c_c$  fausse. La première des implications dont la conjonction constitue ce que D2 dit du corps est alors fausse, et D2 est fausse. On a donc donné la même valeur de vérité à D2 et D3 en prenant pour vraies toutes les propositions élémentaires qui concernent l'âme, et en rajoutant  $m_c$  et  $c_c$  fausses.

Regardons maintenant comment se transforme chacune des formules quand on suppose que le corps n'est pas corruptible, c'est-à-dire que l'on donne la valeur 0 à  $c_c$ .

La formule A se réduit à ce qui est dit sur l'âme, qui peut être vrai ou faux. Il n'y a donc rien d'impossible à ce que  $c_c$  soit fausse, mais cette hypothèse ne nous apprend rien de plus sur le corps.

$c_c$  n'apparaît pas dans la formule B. On peut donc faire la supposition que le corps n'est pas corruptible sans rien changer à cette formule, donc sans contradiction mais sans rien apprendre de plus sur le corps.

Dans D1, la partie qui concerne le corps devient vraie dès que l'on suppose que  $c_c$  est faux. À nouveau, rien n'interdit donc de faire cette supposition, mais elle n'apporte rien de plus sur le corps.

En revanche, dans D2, la partie concernant le corps prend quand  $c_c$  est fausse la valeur de vérité de  $\neg(m_c \rightarrow d_c)\neg(f_c \rightarrow s_c)$ , qui ne peut être vraie que si chacun de ces termes est vrai, c'est-à-dire si chacune des implications est fausse, et donc si  $m_c$  et  $f_c$  sont vraies et  $d_c$  et  $s_c$  fausses. Donc dans D2, on peut supposer que le corps n'est pas corruptible, et on en déduit alors qu'il est matériel et fini, mais immortel et non spatial.

Dans D3 enfin, la partie qui concerne le corps prend quand  $c_c$  est fausse la valeur de vérité de  $\neg((m_c \rightarrow d_c)(f_c \rightarrow s_c))$  : elle sera vraie dès que l'une des implications est fausse, c'est-à-dire que l'on doit avoir pour le corps l'une au moins des paires de propriété : il est matériel mais immortel ; il est fini mais non spatial.

Regardons enfin comment se transforme chacune des formules quand on suppose que l'âme n'est pas corruptible, c'est-à-dire que l'on donne la valeur de vérité 0 à  $c_a$ .

Dans A, les implications dans lesquelles  $c_a$  se trouve en première position deviennent vraies dès que  $c_a$  est fausse, et leur conjonction est donc vraie. La disjonction de cette conjonction et d'une autre proposition est alors vraie, c'est-à-dire que l'on peut bien supposer que  $c_a$  est fausse, mais que cette supposition ne nous apprend rien de plus sur l'âme.

Dans B, l'implication dans laquelle  $c_a$  se trouve en première position devient vraie, l'équivalence  $m_a \leftrightarrow c_a$  prend la valeur de vérité de  $\bar{m}_a$ , son équivalence avec une proposition vraie garde cette même valeur de vérité, et la négation de cette équivalence prend la valeur de vérité de  $m_a$ . Dans l'hypothèse où l'âme n'est pas corruptible, B ne peut donc être vraie que si l'âme est matérielle.

De même, dans D1, les implications dans lesquelles  $c_a$  se trouve en première position sont vraies dès que  $c_a$  est fausse, et la partie de D1 concernant l'âme va prendre la valeur de vérité de  $m_a$ . À nouveau, dans l'hypothèse où l'âme n'est pas corruptible, D1 ne pourra être vraie que si l'âme est matérielle.

Dans D2, toujours sous cette hypothèse de l'incorruptibilité de l'âme, la partie de la formule concernant l'âme va prendre la valeur de vérité de  $\neg(m_a \rightarrow d_a)\neg(f_a \rightarrow s_a) \vee \bar{m}_a$  : qui sera vrai quand l'âme est immatérielle, mais aussi quand l'âme est matérielle, immortelle, finie mais non dans l'espace.

Dans D3, enfin, l'hypothèse de l'incorruptibilité de l'âme permet de voir que la partie de la formule concernant l'âme prend alors la valeur de vérité de  $\neg(\neg((m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a)) \leftrightarrow \bar{m}_a)$ . Si l'on a remarqué dans le cours que nier une équivalence revient à nier l'un de ses termes, on peut encore constater que c'est la valeur de vérité de  $(m_a \rightarrow d_a)(f_a \rightarrow s_a) \leftrightarrow \bar{m}_a$ , dont, à ce niveau du cours, on n'arrive rien à tirer de plus simple.